

**BÀI GIẢI**

**Bài I: (2,5 điểm)** Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 25$  ta có :

$$\begin{aligned} 1) \quad A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{x-25} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5(\sqrt{x}-5)}{x-25} \\ &= \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5\sqrt{x}-25}{x-25} = \frac{x-10\sqrt{x}+25}{x-25} = \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} \end{aligned}$$

$$2) \quad x=9 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{9}-5}{\sqrt{9}+5} = -\frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad A < \frac{1}{3} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3\sqrt{x}-15 < \sqrt{x}+5 \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{x} < 20 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 10 \Leftrightarrow 0 \leq x < 100 \end{aligned}$$

**Bài II: (2,5 điểm)**

Cách 1: Gọi  $x$  (ngày) ( $x \in \mathbb{N}^*$ ) là số ngày theo kế hoạch đội xe chờ hết hàng

Theo đề bài ta có:  $\left(\frac{140}{x} + 5\right)(x-1) = 140 + 10$

$$\Leftrightarrow 140x + 5x^2 - \frac{140}{x} - 5 = 150 \Leftrightarrow 5x^2 - 15x - 140 = 0 \Leftrightarrow x = 7 \text{ hay } x = -4 \text{ (loại)}$$

Vậy đội xe chờ hết hàng theo kế hoạch trong 7 ngày.

Cách 2: Gọi  $a$  (tấn) ( $a \geq 0$ ): số tấn hàng mỗi ngày,

$b$  (ngày) ( $b \in \mathbb{N}^*$ ): số ngày.

Theo đề bài ta có:  $\begin{cases} a \cdot b = 140 \\ (a+5)(b-1) = 140 + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot b = 140 \\ 5b - a = 15 \end{cases} \Rightarrow 5b^2 - 15b = 140$

$$\Leftrightarrow b = 7 \text{ hay } b = -4 \text{ (loại)}. \text{ Vậy đội xe chờ hết hàng theo kế hoạch trong 7 ngày.}$$

**Bài III: (1,0 điểm)**

1) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) khi  $m = 1$  là:

$$x^2 = 2x + 8 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ hay } x = 4$$

$$y(-2) = 4, y(4) = 16$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi  $m = 2$  là:  $(-2; 4)$  và  $(4; 16)$ .

2) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:  $x^2 = 2x - m^2 + 9$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m^2 - 9 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow (1) \text{ có 2 nghiệm phân biệt trái dấu} \Leftrightarrow a \cdot c = m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow m^2 < 9$$

$$\Leftrightarrow |m| < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 3.$$

**Bài IV: (3,5 điểm)**

1) Xét tứ giác MAIE có 2 góc vuông là góc A, và góc E (đối nhau) nên chúng nội tiếp trong đường tròn đường kính MI.

2) Tương tự ta có tứ giác ENBI nội tiếp đường tròn đường kính IN. Vậy góc ENI = góc EBI (vì cùng chắn cung EI)

Tương tự góc EMI = góc EAI (vì cùng chắn cung EI)

Mà góc EAI + góc EBI =  $90^\circ$  ( $\triangle EAD$  vuông tại E)

$$\Rightarrow \text{góc MIN} = 180^\circ - (\text{góc EMI} + \text{góc ENI}) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

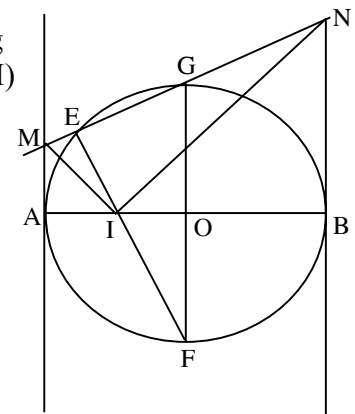
3) Xét 2 tam giác vuông MAI và IBN

Ta có góc NIB = góc IMA (góc có cạnh thẳng góc)

$\Rightarrow$  chúng đồng dạng

$$\Rightarrow \frac{AM}{IB} = \frac{AI}{BN} \Leftrightarrow AM \cdot BN = AI \cdot BI \quad (1)$$

4) Gọi G là điểm đối xứng của F qua AB. Ta có  $AM + BN = 2OG$  (2) (Vì tứ giác AMNB là hình thang và cạnh OG là cạnh trung bình của AM và BN)



$$\text{Ta có : } AI = \frac{R}{2}, BI = \frac{3R}{2}$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow AM + BN = 2R \text{ và } AM \cdot BN = \frac{3R^2}{4}$$

$$\text{Vậy } AM, BN \text{ là nghiệm của phương trình } X^2 - 2RX + \frac{3R^2}{4} = 0$$

$$\Rightarrow AM = \frac{R}{2} \text{ hay } BN = \frac{3R}{2}. \text{ Vậy ta có 2 tam giác vuông cân là MAI cân tại A và}$$

$$\text{NBI cân tại B } \Rightarrow MI = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{R}{\sqrt{2}} \text{ và } NI = \frac{3R\sqrt{2}}{2} = \frac{3R}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S_{(\text{MIN})} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3R}{\sqrt{2}} = \frac{3R^2}{4}$$

**Cách khác** góc  $AEF = 45^\circ$  (chấn cung AF) mà góc  $AMI =$  góc  $AEI$   
suy ra góc  $AMI = 45^\circ$  suy ra tam giác  $AMI$  cân tại A. Tương tự tam giác  $BNI$  cân tại B

$$\Rightarrow MI = \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{R}{\sqrt{2}} \text{ và } NI = \frac{3R\sqrt{2}}{2} = \frac{3R}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S_{(\text{MIN})} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3R}{\sqrt{2}} = \frac{3R^2}{4}$$

**Bài V: (0,5 điểm)**

$$M = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + x + \frac{1}{4x} + 2010 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{4x}} + 2010 = 2011$$

khi  $x = \frac{1}{2}$  ta có  $M = 2011$ . Vậy giá trị nhỏ nhất của  $M$  là 2011.

Th.S. Hoàng Hữu Vinh  
(Trường THPT Vĩnh Viễn – TP.HCM)