SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI	**ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012**
	Môn: TOÁN Khối A
Trường THPT chuyên Hà Nội - Amsterdam	*Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian phát đề*

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH ***(7 điểm)***

CÂU I (2 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 1 - m$ có đồ thị (C_m).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi $m = 0$.

2. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số có cực trị, đồng thời đường thẳng đi qua hai điểm cực trị tạo với đường thẳng $\Delta: 3x + y - 8 = 0$ một góc 45^0.

CÂU II (2 điểm)

1. Giải phương trình: $\sin\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{10} + \frac{3x}{2}\right)$.

2. Tìm các giá trị của *m* để phương trình: $x^2 + \sqrt{(1-x^2)^3} = m$ có nghiệm trên *R*.

CÂU III (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^{\ln 2} \frac{1-e^x}{1+e^x}dx.$

CÂU IV (1 điểm) Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$, cạnh *SA* vuông góc với đáy, cạnh *SB* lập với đáy một góc 60^0. Trên cạnh *SA* lấy điểm *M* với $AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Mặt phẳng (BCM) cắt cạnh *SD* tại *N*. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng *AB, SC* và tính thể tích khối chóp *S.BCNM*.

CÂU V (1 điểm) Cho các số dương x, y, z thỏa mãn: $x(x-1) + y(y-1) + z(z-1) \le \frac{4}{3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$A = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1}.$$

PHẦN RIÊNG ***(3 điểm)*****:** ***Thí sinh chỉ làm một trong hai phần (Phần A hoặc phần B)***

A. Theo chương trình chuẩn

CÂU VI.a (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng *Oxy* cho tam giác *ABC* vuông cân tại *A*. Biết rằng cạnh huyền nằm trên đường thẳng $d: x + 7y - 31 = 0$, điểm $N\left(1; \frac{5}{2}\right)$ thuộc đường thẳng AC, điểm $M(2;-3)$ thuộc đường thẳng *AB*. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác *ABC*.

2. Trong không gian tọa độ *Oxyz* cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ với $A(0;-3;0), B(4;0;0)$, $C(0;3;0), B'(4;0;4)$. Gọi *M* là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm *A, M* và song song với $BC', (P)$ cắt $A'C'$ tại điểm *N*. Tính độ dài đoạn *MN*.

CÂU VII.a (1 điểm) Tìm số phức z thỏa mãn hai điều kiện: $|z + 1 - 2i| = |\bar{z} + 3 + 4i|$ và $\frac{z - 2i}{\bar{z} + i}$ là một số thuần ảo.

B. Theo chương trình nâng cao

CÂU VI.b (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy* cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Gọi (C') là đường tròn có tâm $I(5;1)$ và cắt đường tròn (C) tại 2 điểm *M, N* sao cho $MN = \sqrt{5}$. Hãy viết phương trình của (C').

2. Trong không gian tọa độ *Oxyz* cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ các đỉnh $A(0;0;0), B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ và $A'(0;0;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi, luôn chứa đường thẳng CD', φ là góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của φ.

CÂU VII. b (1 điểm) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2 x + 3\sqrt{5 - \log_3 y} = 5 \\ 3\sqrt{\log_2 x - 1} - \log_3 y = -1 \end{cases}$.

--------------- Hết ---------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: …………………………………….……: Số báo danh: …………

TRƯỜNG HÀ NỘI – AMSTERDAM

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2012
Môn: TOÁN, Khối A

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	*Đáp án*	*Điểm*

Câu I (2 điểm)

1. (1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số khi $m=0$ (*Tóm tắt*)

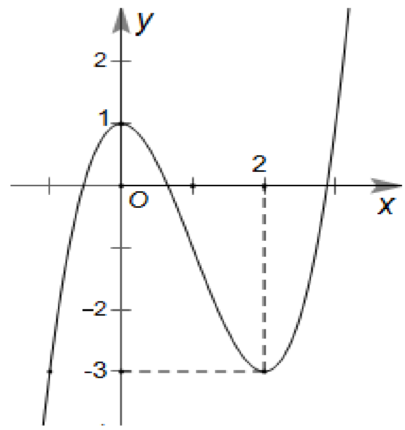
$m=0 \Rightarrow y=x^3-3x^2+1.$

- Tập xác định: $\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

- Đồ thị:



1 đ

2. (1 điểm) Tìm m ***để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị tạo với*** Δ ***góc*** 45^0

Để hàm số có 2 điểm cực trị thì phương trình $y'(x)=3(x^2-2x+m)=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'}=9(1-m)>0 \Leftrightarrow m<1$. Gọi $A(x_1;y_1),B(x_2;y_2)$ là 2 điểm cực trị của (C_m), ta có: $y(x)=\frac{1}{3}(x-1)y'(x)+2(m-1)x+1$. Thay tọa độ của A,B vào đẳng thức này, chú ý rằng $y'(x_1)=y'(x_2)=0$ ta có: $\begin{cases} y_1=2(m-1)x_1+1 \\ y_2=2(m-1)x_2+1 \end{cases}$

$\Rightarrow d: y=2(m-1)x+1$ là đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của hàm số.

0,5

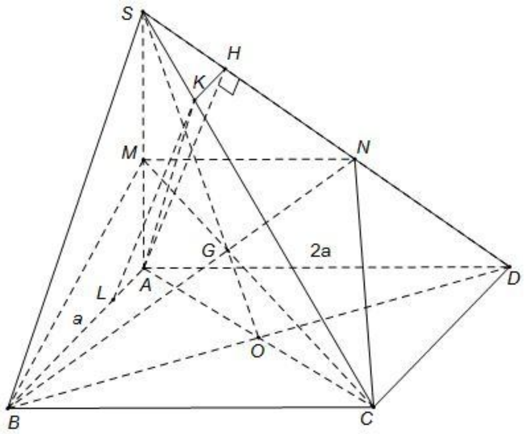
Đường thẳng d có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(2m-2;-1)$, đường thẳng Δ có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=(3;1)$. Ta

có: $\cos(d,\Delta)=\cos 45^0=\frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{|6(m-1)-1|}{\sqrt{4(m-1)^2+1^2}.\sqrt{3^2+1^2}} \Leftrightarrow$

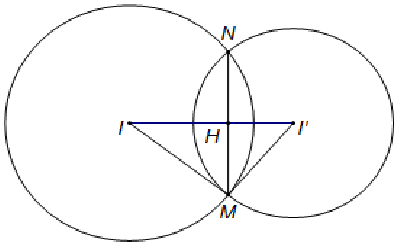
$\Leftrightarrow 4m^2-11m+6=0 \Leftrightarrow m=\frac{3}{4}$ (loại nghiệm $m=2$).

0,5

1. (1 điểm) giải phương trình lượng giác

	$\sin\left(\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2}\right)=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{10}+\frac{3x}{2}\right)$ (1). Đặt $t=\frac{3\pi}{10}-\frac{x}{2}\Rightarrow\frac{x}{2}=\frac{3\pi}{10}-t$ thay vào phương trình $(1)\Rightarrow\sin t=\frac{1}{2}\sin\left[\frac{\pi}{10}+3\left(\frac{3\pi}{10}-t\right)\right]\Leftrightarrow\sin t=\frac{1}{2}\sin(\pi-3t)\Leftrightarrow 2\sin t=\sin 3t$	**0,5đ**
	$\Leftrightarrow 2\sin t=3\sin t-4\sin^3 t\Leftrightarrow\sin t\left(4\sin^2 t-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin t=0\\ 4\sin^2 t-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=k\pi\\ \cos 2t=\frac{1}{2}\end{array}\right.$. Giải ra ta được nghiệm: $x=\frac{3\pi}{5}+k\pi;x=\frac{4\pi}{5}+k2\pi;x=\frac{14\pi}{5}+k2\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.	**0,5đ**
Câu II (2 điểm)	***2 (1 điểm) Tìm m để phương trình có nghiệm***	
	Điều kiện $-1\le x\le 1$. Đặt $x=\sin t$ với $t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow\sin^2 t+\cos^3 t=m.$ Đặt $u=\cos t\Rightarrow 0\le u\le 1\Rightarrow f\left(u\right)=1-u^2+u^3=m$ $f'\left(u\right)=-2u+3u^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=0\\ u=\frac{2}{3}\end{array}\right.$. Ta có $f\left(0\right)=1;f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{23}{27};f\left(1\right)=1$. Suy ra $\frac{23}{27}\le m\le 1$.	**1đ**
Câu III (1 điểm)	$I=\int_0^{\ln 2}\frac{1-e^x}{1+e^x}dx=\int_0^{\ln 2}\left(1-2\frac{e^x}{e^x+1}\right)dx=\int_0^{\ln 2}dx-2\int_0^{\ln 2}\frac{d\left(e^x+1\right)}{e^x+1}=\ln 2-2\ln\left(e^x+1\right)\Big\|_0^{\ln 2}$ $=3\ln 2-2\ln 3=\ln\left(\frac{8}{9}\right)$.	**1 đ**
Câu IV (1 điểm)	 H là hình chiếu của A trên SD, qua H kẻ $HK//CD\left(K\in SC\right)$, qua K kẻ $KL//AH\left(L\in AB\right)\Rightarrow KL$ là đoạn vuông góc chung của AB và SC. Do đó khoảng cách giữa AB và SC chính bằng độ dài $KL=AH$. Vì $SA\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow\widehat{SBA}=60^0\Rightarrow$ $SA=AB\tan 60^0=a\sqrt{3}$. Trong tam giác vuông SAD: $SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=a\sqrt{7}$. Và $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AS^2}+\frac{1}{AD^2}\Rightarrow AH=\frac{AS.AD}{\sqrt{AS^2+AD^2}}=\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.	**0,5đ**
	Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$, G là giao điểm của SO và MC, kẻ BG cắt SD tại N thì $BCNM$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và $\left(BCM\right)$. Gọi V,V_1,V_2 lần lượt là thể tích của các hình chóp $S.ABCD$, $S.ACB$ và $S.ACD$; còn V',V_1',V_2' lần lượt là thể tích của các hình chóp $S.BCNM,S.MCB$ và $S.MCN$. Dễ thấy $V_1=V_2=\frac{1}{2}V$. Xét tỉ số: $\frac{V'}{V}=\frac{V_1'+V_2'}{V}=\frac{1}{2}\left(\frac{V_1'}{V_1}+\frac{V_2'}{V_2}\right)=\frac{1}{2}\frac{SM}{SA}\left(1+\frac{SN}{SD}\right)$. Chú ý rằng, vì $AD//BC\Rightarrow MN//AD\Rightarrow\frac{SN}{SD}=\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}$. Vậy: $\frac{V'}{V}=\frac{5}{9}\Rightarrow V'=\frac{5}{9}V$. Mà	**0,5đ**

	$V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a.2a=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}\Rightarrow V'=\frac{5}{9}.\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}=\frac{10a^3\sqrt{3}}{27}$ (đvtt).	
Câu V (1 điểm)	Có: $3^2=\left(\sqrt{x+1}\frac{1}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{y+1}\frac{1}{\sqrt{y+1}}+\sqrt{z+1}\frac{1}{\sqrt{z+1}}\right)^2\le A(x+y+z+3)$ $\Rightarrow A\ge\frac{9}{x+y+z+3}$. Mặt khác giả thiết $\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-(x+y+z)\le\frac{4}{3}$. Dễ dàng chứng minh được $x^2+y^2+z^2\ge\frac{1}{3}(x+y+z)^2$, nên nếu ta đặt $t=x+y+z$ thì $\frac{1}{3}t^2-t\le\frac{4}{3}\Leftrightarrow 0<t\le 4$ (vì x,y,z dương). Hơn nữa hàm số $y=\frac{1}{t+3}$ nghịch biến nên $A\ge\frac{9}{4+3}=\frac{9}{7}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+z=4\\x+1=y+1=z+1\end{cases}\Leftrightarrow x=y=z=\frac{4}{3}$.	**1đ**
	1. (1 điểm) Xác định toạ độ các đỉnh của tam giác ABC	
	Có 2 phương trình đường thẳng qua M và tạo với d một góc 45^0 là: $d_1:4x+3y+1=0$ và $d_2:3x-4y-18=0$. *Trường hợp 1:* Chọn AB là $d_1\Rightarrow B(-4;5)$. Ta có đường thẳng $AC:3x-4y+7=0$. Từ đó suy ra $A(-1;1),C(3;4)$. *Trường hợp 2:* Chọn AB là $d_2\Rightarrow B(10;3),A\left(4;-\frac{3}{2}\right);C\left(-\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right)$.	**1đ**
Câu VI.a (2 điểm)	***2. (1 điểm) Viết phương trình mặt phẳng (P) và tính độ dài MN***	
	Ta có: $A'(0;-3;4)$, $C'(0;3;4)$. M là trung điểm của $A'B'$ nên $M\left(2;-\frac{3}{2};4\right)$. Mặt khác: $\overrightarrow{AM}=\left(2;\frac{3}{2};4\right)$, $\overrightarrow{BC'}=(-4;4;4)$. (P) có vtpt $\overrightarrow{n_2}$ cùng phương với vecto $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BC'}\right]=(-6;24;12)\Rightarrow$ chọn $\overrightarrow{n_2}=(1;4;-2)\Rightarrow(P):x+4y-2z+12=0$. (AC') đi qua A và có vtcp $\vec{u}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AC'}=(0;1;0)\Rightarrow(AC):x=0;y=-3+t;z=4\,(t\in\mathbb{R})$ thay vào PT của $(P)\Rightarrow t=2\Rightarrow N(0;-1;4)\Rightarrow MN=\frac{\sqrt{17}}{2}$.	**1đ**
Câu VII.a (1 điểm)	Giả sử $z=x+yi$. Theo bài ra ta có $\lvert x+1+(y-2)i\rvert=\lvert x+3+(4-y)i\rvert$ $\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-2)^2=(x+3)^2+(y-4)^2\Leftrightarrow y=x+5$. Số phức $w=\frac{z-2i}{\bar{z}+i}=\frac{x+(y-2)i}{x+(1-y)i}=\frac{x^2-(y-2)(y-1)+x(2y-3)i}{x^2+(y-1)^2}$. w là một số ảo $\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-(y-2)(y-1)=0\\2y-3\ne0,x^2+(y-1)^2>0\ (*)\\y=x+5\end{cases}\Leftrightarrow x=-\frac{12}{7};y=\frac{23}{7}$. Vậy $z=-\frac{12}{7}+\frac{23}{7}i$.	**1đ**
	1. (1 điểm) Viết phương trình đường tròn	

Câu VI.b (2 điểm)	Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=\sqrt{3}$; đường tròn (C') có tâm $I'(5;1)$, bán kính R'. Khi đó $II'=5$; Gọi *M, N* là giao điểm của (C) và (C'), theo giả thiết $MN=\sqrt{5}$. Gọi H là giao điểm của MN và II'. Ta có: $MH=HN=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.  Trong tam giác $\Delta I'MH$ ta có $I'H^2=I'M^2=R^2-\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^2=\dfrac{7}{4}$ $\Rightarrow I'H=\dfrac{\sqrt{7}}{2}\Rightarrow HI'=II'-HI=5-\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. Suy ra $MI'=\sqrt{HI'^2+MH^2}=\sqrt{28-5\sqrt{7}}=R'\Rightarrow$ $(C'):(x-5)^2+(y-1)^2=28-5\sqrt{7}$.	**1đ**
	2. (1 điểm) Tìm min φ	
	Có: $(BB'D'D)$ là: $1(x-1)+1(y-0)+0(z-0)=0$ hay $x+y-1=0$. Giả sử mặt phẳng (P) có vtpt $\overrightarrow{n_P}=(a;b;c)$, $(a^2+b^2+c^2>0)$. Ta có $\overrightarrow{CD'}=(-1;0;1)$. Do $CD'\subset(P)\Rightarrow \overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{CD'}=\vec{0}\Leftrightarrow a=c$. $\cos\varphi=\dfrac{\left\lvert\vec{n}.\overrightarrow{n_P}\right\rvert}{\left\lvert\vec{n}\right\rvert.\left\lvert\overrightarrow{n_P}\right\rvert}=\dfrac{\lvert a+b\rvert}{\sqrt{2\left(2a^2+b^2\right)}}$. Mà $(a+b)^2=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2}a+1.b\right)^2\le\left(\dfrac{1}{2}+1\right)\left(2a^2+b^2\right)$ $\Rightarrow\cos\varphi\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\varphi\ge 30^0$. Vậy $\min\varphi=30^0$.	**1đ**
Câu VII.b (1 điểm)	Điều kiện $\begin{cases}x>0,y>0\\ \log_2 x\ge 1,\log_3 y\le 5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ 0<y\le 243\end{cases}$. Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{\log_2 x-1}\\ v=\sqrt{5-\log_3 y}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u\ge 0\\ v\ge 0\end{cases}$. Hệ trở thành $\begin{cases}u^2+3v=4\\ v^2+3u=4\end{cases}\Rightarrow u^2-v^2-3(u-v)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=v\\ u+v=3\end{array}\right.$. TH 1 : $u=v\Rightarrow u^2+3u-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=1\\ u=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow u=1$. Giải ra được $\begin{cases}x=4\\ y=81\end{cases}$. TH 2 : $u+v=3$, dễ thấy TH này vô nghiệm.	**1đ**