

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1. (3,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$.

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 , biết $f''(x_0) = -1$.

Câu 2. (3,0 điểm)

1) Giải phương trình $\log_2(x-3) + 2\log_4 3 \cdot \log_3 x = 2$.

2) Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} (e^x - 1)^2 e^x dx$.

3) Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 .

Câu 3. (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

II. PHẦN RIÊNG - PHẦN TỰ CHỌN (3,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc phần 2).

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu 4.a. (2,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;1)$, $B(0;2;5)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 5 = 0$.

- 1) Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua A và B .
- 2) Chứng minh rằng (P) tiếp xúc với mặt cầu có đường kính AB .

Câu 5.a. (1,0 điểm) Tìm các số phức $2z + \bar{z}$ và $\frac{25i}{z}$, biết $z = 3 - 4i$.

2. Theo chương trình Nâng cao

Câu 4.b. (2,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;2)$ và đường thẳng Δ

có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}$.

- 1) Viết phương trình của đường thẳng đi qua O và A .
- 2) Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A và đi qua O . Chứng minh Δ tiếp xúc với (S) .

Câu 5.b. (1,0 điểm) Tìm các căn bậc hai của số phức $z = \frac{1+9i}{1-i} - 5i$.

----- **Hết** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2:

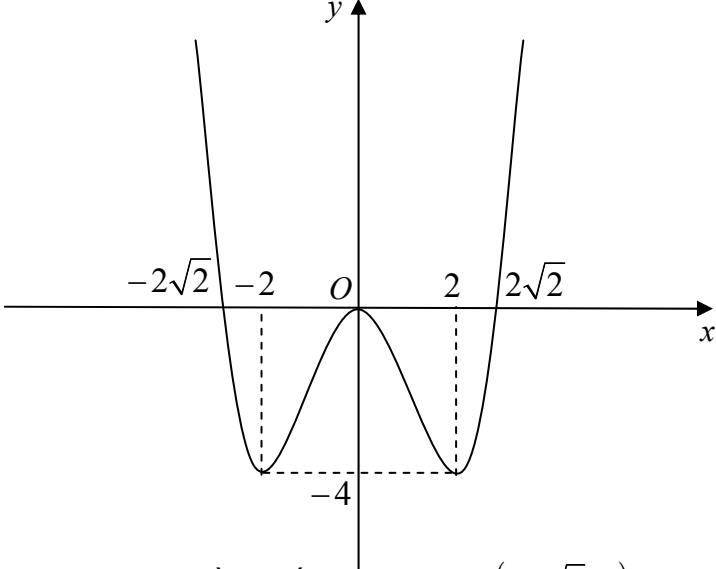
HƯỚNG DẪN CHẤM THI
(Bản hướng dẫn này gồm 04 trang)

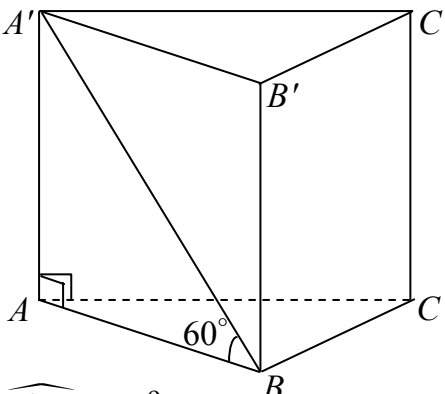
I. Hướng dẫn chung

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Việc chi tiết hoá (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong toàn Hội đồng chấm thi.
- 3) Sau khi cộng điểm toàn bài, làm tròn đến 0,5 điểm (lẻ 0,25 làm tròn thành 0,5; lẻ 0,75 làm tròn thành 1,00 điểm).

II. Đáp án và thang điểm

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																									
Câu 1 (3,0 điểm)	1. (2,0 điểm) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.	0,25																									
	Sự biến thiên: <ul style="list-style-type: none"> • Chiều biến thiên: $y' = x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2. \end{cases}$ + Trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến. + Trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến. 	0,50																									
	• Cực trị: <ul style="list-style-type: none"> + Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = 0$. + Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 2$ và $y_{CT} = -4$. 	0,25																									
	• Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25																									
	• Bảng biến thiên: <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">-4</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+	y	$+\infty$			0			-4		$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$																						
y'		-	0	+	0	-	0	+																			
y	$+\infty$			0			-4		$+\infty$																		

	<p>Đồ thị:</p>  <p><i>Lưu ý: Thí sinh chỉ trình bày: Đồ thị cắt Ox tại O và $(\pm 2\sqrt{2}; 0)$ hoặc thể hiện $(\pm 2\sqrt{2}; 0)$ trên hình vẽ thì vẫn cho đủ 0,50 điểm.</i></p>	0,50
<p>2. (1,0 điểm)</p>		
	Ta có $f'(x) = x^3 - 4x; f''(x) = 3x^2 - 4$.	0,25
	$f''(x_0) = -1 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 4 = -1 \Leftrightarrow x_0 = \pm 1$.	0,25
	$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -\frac{7}{4}; f'(1) = -3$, ta được phương trình tiếp tuyến là $y = -3x + \frac{5}{4}$.	0,25
	$x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -\frac{7}{4}; f'(-1) = 3$, ta được phương trình tiếp tuyến là $y = 3x + \frac{5}{4}$.	0,25
<p>Câu 2 (3,0 điểm)</p>	<p>1. (1,0 điểm)</p>	
	Điều kiện: $x > 3$.	0,25
	Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với $\log_2(x-3) + 2\log_4 x = 2 \Leftrightarrow \log_2(x-3) + \log_2 x = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow \log_2[x(x-3)] = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 4 \end{cases}$. Vậy nghiệm của phương trình là $x = 4$.	0,25
<p>2. (1,0 điểm)</p>		
	Đặt $t = e^x - 1 \Rightarrow dt = e^x dx$.	0,25
	Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \ln 2 \Rightarrow t = 1$.	0,25
	Suy ra $I = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big _0^1$.	0,25
	Vậy $I = \frac{1}{3}$.	0,25

	3. (1,0 điểm)	
	Trên đoạn $[0 ; 1]$, ta có $f'(x) = \frac{m^2 - m + 1}{(x+1)^2}$.	0,25
	Mà $m^2 - m + 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) > 0$. Nên hàm số đồng biến trên $[0 ; 1]$.	0,25
	Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0 ; 1]$ là $f(0) = -m^2 + m$.	0,25
	$\min_{[0;1]} f(x) = -2 \Leftrightarrow -m^2 + m = -2$. Vậy $m = -1$ và $m = 2$.	0,25
Câu 3 (1,0 điểm)	 <p>Ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A'BA} = 60^\circ$.</p>	0,25
	Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{2}$.	0,25
	Chiều cao lăng trụ: $AA' = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.	0,25
	Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.	0,25
Câu 4.a (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2 ; 0 ; 4)$, suy ra AB có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1 ; 0 ; 2)$.	0,50
	Vậy phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 \\ z = 1 + 2t. \end{cases}$	0,50
	2. (1,0 điểm)	
	Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB và I là trung điểm AB . Suy ra $I(1 ; 2 ; 3)$ là tâm của (S) .	0,25
	Bán kính của (S) là $R = IA = \sqrt{(2-1)^2 + (2-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{5}$.	0,25
	Mà $d(I, (P)) = \frac{ 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 5 }{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \sqrt{5}$.	0,25
	Nên $d(I, (P)) = R$. Vậy (P) tiếp xúc với (S) .	0,25

Câu 5.a (1,0 điểm)	Ta có $2z = 6 - 8i$ và $\bar{z} = 3 + 4i$.	0,25
	Suy ra $2z + \bar{z} = 9 - 4i$.	0,25
	$\frac{25i}{z} = \frac{25i(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)} = \frac{25(-4+3i)}{9+16} = -4+3i.$	0,50
Câu 4.b (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	Đường thẳng OA có vector chỉ phương là $\overrightarrow{OA} = (2; 1; 2)$.	0,50
	Vậy phương trình của đường thẳng OA là $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 2t \end{cases}$ hoặc $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.	0,50
	2. (1,0 điểm)	
	Bán kính mặt cầu (S) là $R = OA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$.	0,25
	Suy ra $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.	0,25
	Đường thẳng Δ qua $B(1; 3; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 2; 1)$. Mặt khác, $\overrightarrow{BA} = (1; -2; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{BA}, \vec{u}] = (-6; 3; 6)$. Nên $d(A, \Delta) = \frac{[\overrightarrow{BA}, \vec{u}]}{ \vec{u} } = \frac{\sqrt{(-6)^2 + 3^2 + 6^2}}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3$.	0,25
Suy ra $d(A, \Delta) = R$. Vậy Δ tiếp xúc (S) .	0,25	
Câu 5.b (1,0 điểm)	Ta có $\frac{1+9i}{1-i} = \frac{(1+9i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-8+10i}{2}$.	0,25
	Suy ra $z = -4 + 5i - 5i = -4$.	0,25
	Mặt khác, $z = -4 = (2i)^2$. Vì vậy các căn bậc hai của z là $-2i$ và $2i$.	0,50

----- Hết -----